

Exercícios -

D S T Q Q S S

Ex. 11 Proposição composta - Conectivos

3. Classifique em verdadeiro ou falso cada uma das seguintes proposições compostas

a) $3 > 1 \wedge 4 > 2$
 $V \wedge V \Rightarrow V$

c) 219 ou $21(4+1)$
 Não é proposição

b) $3 > 1$ ou $3 = 1$
 $V \vee F \rightarrow V$

d) $3(5+2) = 3 \cdot 5 + 3 \cdot 2$ e $3 \nmid 7$
 Não é proposição

e) $\frac{1}{2} < \frac{3}{4}$ ou $5 \nmid 11$
 $V \vee V \rightarrow V$
 Não é proposição

f) $(-1)^6 = -1$ e $2^5 < (-2)^7$
 $F \wedge V \rightarrow V$

g) $\sqrt{16} = 6$ ou $\text{mdc}(4, 7) = 2$
 $F \vee V \rightarrow V$

Exercícios - Noções de Lógica

pg. 8

1. Quais das sentenças abaixo, são proposições? No caso das proposições, quais são verdadeiras?

a) $5 \cdot 4 = 20$
 É proposição e é V

b) $5 - 4 = 3$
 É proposição e é F

c) $2 + 7 \cdot 3 = 5 \cdot 4 + 3$

É proposição e é F

d) $5(3+1) = 5 \cdot 3 + 5 \cdot 1$

É proposição e é V

e) $1+3 \neq 1+6$

É proposição e é V

f) $(-2)^5 > (-2)^3$

É proposição e é F

g) $3+4 > 0$

É proposição e é V

h) $11-4 \cdot 2$

Não é proposição

2. Qual é a negação de cada uma das seguintes proposições? Que negações são verdadeiras?

a) $3 \cdot 7 = 21$ $3 \cdot 7 \neq 21$

b) $3 \cdot (11-7) \neq 5$ $12 \neq 5$

c) $3 \cdot 2 + 1 > 4$ $7 \leq 4$

d) $5 \cdot 7 - 2 \leq 5 \cdot 6$ $33 \geq 5 \cdot 6$

e) $(\frac{1}{2}) < (\frac{7}{2})^3$ $1 > \frac{1}{8}$

f) $\sqrt{2} < 1$ $\sqrt{2} > 1$

g) $-(-4) \geq 7$ $4 < 7$

h) 3

Não é proposição

Exercícios e Conclusões
pág. 14

4. Classifique em verdadeiro ou falso cada uma das proposições abaixo.

a) $2-1=1 \rightarrow 5+7=3.4$

$(V \rightarrow V) \rightarrow V$

b) $2^2=4 \leftrightarrow (-2)^2=4$

$(V \leftrightarrow V) \rightarrow V$

c) $5+7.1=10 \rightarrow 3.3=9$

$(F \rightarrow V) \rightarrow V$

d) $\text{mdc}(3,6)=1 \leftrightarrow 4 \text{ é número primo}$

$(F \leftrightarrow F) \rightarrow V$

e) $2/8 \rightarrow \text{mmc}(2,8)=2$

$(V \rightarrow V) \rightarrow V$

f) $6 \nless 2 \leftrightarrow 6-2 \geq 0$

$(F \leftrightarrow V) \rightarrow V$

g) $\frac{3}{5} < \frac{2}{7} \rightarrow 3.7=2.5$

$(F \rightarrow F) \rightarrow F$

5. Admitindo que p e q são verdadeiras e r é falsa, determine o valor (V ou F) de cada proposição abaixo.

a) $p \rightarrow r$
 $(V \rightarrow F) \rightarrow F$

d) $(p \vee r) \leftrightarrow q$
 $(V \vee F) \leftrightarrow V$
 $(F \leftrightarrow V) \rightarrow F$

g) $\sim p \leftrightarrow \sim q$
 $(F \leftrightarrow F) \rightarrow V$

b) $p \leftrightarrow q$
 $(V \leftrightarrow V) \rightarrow V$

e) $p \rightarrow (q \rightarrow r)$
 $V \rightarrow (V \rightarrow F) \therefore$
 $(V \rightarrow F) \rightarrow F$

h) $\sim p \leftrightarrow r$
 $(F \leftrightarrow F) \rightarrow V$

c) $r \rightarrow p$
 $(F \rightarrow V) \rightarrow V$

f) $p \rightarrow (q \vee r)$
 $V \rightarrow (V \vee F) \therefore$
 $(V \rightarrow F) \rightarrow F$

6. Sendo a proposição $p \rightarrow (r \vee s)$ falsa e a proposição $(q \wedge \sim s) \leftrightarrow p$ verdadeira, classifique em verdadeiro ou falso as afirmações p , q , r e s

$$(p \rightarrow (r \vee s)) \rightarrow (F)$$

$$(q \wedge \sim s) \leftrightarrow p \rightarrow (V)$$

$$1^\circ q \rightarrow V$$

$$4^\circ r \rightarrow F$$

$$2^\circ s \rightarrow V$$

$$3^\circ p \rightarrow F$$

Tabela Verdade

Exercícios
pág. 17

f	p	q	r	v	$(p \wedge q)$	$(q \wedge p)$	$(p \wedge r)$	$(p \vee r)$	
V	V	V	V	V	V	V	V	V	1°
V	V	V	F	F	F	F	F	V	2°
V	V	F	V	V	F	F	F	V	3°
V	V	F	F	F	F	F	F	V	4°

7. Verifique, por meio das tabelas-verdade, a validade das equivalências abaixo.

a) da conjunção

b) da disjunção

$$p \wedge q \Leftrightarrow q \wedge p$$

1° V / 2° V / 3° V / 4° V

$$(p \wedge q) \wedge r \Leftrightarrow p \wedge (q \wedge r)$$

1° V / 2° F / 3° V / 4° V

$$p \wedge p \Leftrightarrow p$$

1° V / 2° V / 3° V / 4° V

$$p \wedge v \Leftrightarrow p$$

1° V / 2° F / 3° V / 4° V

$$p \wedge f \Leftrightarrow f$$

1° V / 2° V / 3° F / 4° F

$$p \vee q \Leftrightarrow q \vee p$$

1° V / 2° V / 3° V / 4° V

$$(p \vee q) \vee r \Leftrightarrow p \vee (q \vee r)$$

1° V / 2° V / 3° V / 4° V

$$p \vee p \Leftrightarrow p$$

1° V / 2° V / 3° F / 4° V

$$p \vee v \Leftrightarrow v$$

1° V / 2° V / 3° F / 4° V

$$p \vee f \Leftrightarrow p$$

1° V / 2° V / 3° F / 4° F

c) da conjunção relativamente à disjunção

d) da negação

$$p \wedge (q \vee r) \Leftrightarrow (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$$

1° V / 2° V / 3° V / 4° V

$$p \vee (q \wedge r) \Leftrightarrow (p \vee q) \wedge (p \vee r)$$

1° V / 2° F / 3° F / 4° V

$$p \wedge (p \vee q) \Leftrightarrow p$$

1° V / 2° V / 3° V / 4° V

$$p \vee (p \wedge q) \Leftrightarrow p$$

1° V / 2° V / 3° V / 4° V

$$v(\sim p) \Leftrightarrow p$$

1° V / 2° V / 3° V / 4° V

$$\sim(p \wedge q) \Leftrightarrow \sim p \vee \sim q$$

1° V / 2° V / 3° V / 4° V

$$\sim(p \vee q) \Leftrightarrow \sim p \wedge \sim q$$

1° V / 2° V / 3° V / 4° V

Exercícios - Sentenças abertas e Quantificadores

pág. 19

8. Transforme as seguintes sentenças abertas em proposições verdadeiras usando quantificadores:

a) $x^2 - 5x + 4 = 0$

$(\exists x)(x^2 - 5x + 4 = 0)$ ✓

d) $\sqrt{m^2 + 9} \neq m + 3$

$(\forall m)(\sqrt{m^2 + 9} \neq m + 3)$ ✓

b) $(a+1)(a-1) = a^2 - 1$

$(\forall a)((a+1)(a-1) = a^2 - 1)$ ✓

e) $-(-x) = x$

$(\forall x)(-(-x) = x)$ ✓

c) $\frac{y}{3} + \frac{y}{4} \neq \frac{y}{7}$

$(\exists y)(\frac{y}{3} + \frac{y}{4} \neq \frac{y}{7})$

f) $5a + 4 \leq 11$

$(\exists a)(5a + 4 \leq 11)$ ✓

h) $\frac{a^2 - a}{a} = a - 1$

$(\forall a)(\frac{a^2 - a}{a} = a - 1)$ ✓

g) $\sqrt{x^2} = x$

$(\forall x)(\sqrt{x^2} = x)$ ✓

Exercícios
pág. 22

9. Diga qual é a negação de uma proposição aberta:

a) $\max(2,3) = 1$ ou $\min(2,3) \neq 6$

$\min(2,3) = 1$ $\textcircled{2}$ $\min(2,3) \neq 6$ ✓

b) $\frac{3}{5} = \frac{6}{10}$ ou $3 \cdot 10 \neq 6 \cdot 5$

$\frac{3}{5} = \frac{6}{10}$ $\textcircled{2}$ $3 \cdot 10 \neq 6 \cdot 5$ ✓

c) $\frac{3}{4} \geq 1$ e $-3 \geq -7$

$\frac{3}{4} \geq 1$ ou $-3 \geq -7$ ✓

d) $2^2 = 4 \rightarrow \sqrt{4} = 2$

$2^2 = 4$ $\textcircled{2}$ $\sqrt{4} = 2$ ✓

e) $(-3)^2 = 9 \rightarrow \sqrt{9} \neq -3$

$(-3)^2 = 9$ $\textcircled{2}$ $\sqrt{9} \neq -3$ ✓

f) $2 \leq 5 \rightarrow 3^2 \leq 5^2$

$2 \leq 5$ $\textcircled{2}$ $3^2 \leq 5^2$ ✓

g) $(\forall x)(x > 2 \rightarrow 3^x > 3^2)$

$(\forall x)(x > 2 \textcircled{2} 3^x > 3^2)$ ✓

h) $(\exists x)(\sqrt{x} \leq 0)$

$(\exists x)(\sqrt{x} \geq 0)$ ✓

i) Todo número inteiro primo é ímpar.

Existe um número inteiro primo e ímpar. ✓

j) Todo triângulo isósceles é equilátero.

Existe um triângulo isósceles e equilátero. ✓

k) Existe um losango que não é quadrado.

Todo losango é um quadrado. ✓

l) Existe um número cujo raiz quadrada é ímpar.

Todo número tem raiz quadrada diferente de zero. ✓

m) Todo triângulo que tem três ângulos congruentes tem três lados congruentes.

Existe um triângulo que tem três ângulos congruentes e não equilátero.

10. Classifique em V ou F as negações construídas no exercício anterior.

a) F

d) F

g) F

j) V

m) F

b) F

e) F

h) V

k) F

c) V

f) F

i) V

l) F ✓

11. Dê os elementos dos seguintes conjuntos:

$A = \{x | x \text{ é letra da palavra matemática}\};$

$B = \{x | x \text{ é cor da bandeira brasileira}\};$

$C = \{x | x \text{ é nome de Estado que começa com a}\};$

$A = \{m, a, t, e, m, a, t, i, c, a\};$

→ preste atenção que as letras da palavra não se repetem

$B = \{amarelo, azul, verde, branco\};$

$C = \{Alagoas, Ceará, Cuiabá, Pernambuco\};$

12. Descreva por meio de uma propriedade característica dos elementos cada um dos conjuntos seguintes:

$A = \{0, 2, 4, 6, 8, \dots\}; \therefore A = \{x | x \text{ é inteiro, dos pares positivos}\};$

$B = \{0, 1, 2, \dots, 9\}; \therefore B = \{x | x \text{ é inteiro, positivos de 0 a 9}\};$

$C = \{Brasília, Rio de Janeiro, Salvador\}; \therefore$

$C = \{x | x \text{ é nome dos estados do Brasil que já foram capitais, sendo Brasília atual}\};$

13. Exerccio com símbolos:

- a) O conjunto dos múltiplos inteiros de 3, entre -10 e $+10$;
- b) O conjunto dos divisores inteiros de 42 ;
- c) O conjunto dos múltiplos inteiros de 0 ;
- d) O conjunto das frações com numerador e denominador compreendidos entre 0 e 3 ;
- e) O conjunto das nomes das capitais da região Centro-Oeste do Brasil.

~~W~~ a) $M = \{-6, -3, 0, 3, 6\}$;

b) $C = \{1, 2, 3, 4, 14, 42\}$;

c) $M = \{0\}$;

d) $C = \{0, \frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{3}{4}\}$;

e) $C = \{\text{Goiás, Distrito Federal, ~~Mato Grosso~~, Mato Grosso do Sul}\}$;

14. Descreva por meio de uma propriedade dos elementos:

$$A = \{+1, -1, +2, -2, +3, -3, +6, -6\}$$

$$B = \{0, -10, -20, -30, -40, \dots\}$$

$$C = \{1, 4, 9, 16, 25, 36, \dots\}$$

$$D = \{\text{duas}\}$$

$A = \{x \mid x, \text{ são os três primeiros dígitos inteiros negativos e positivos sem inclusão de } +6 \text{ e } -6\}$

$B = \{x \mid x, \text{ são os dígitos inteiros negativos múltiplos de } 10 \text{ a partir de } 0\}$

$C = \{x \mid x, \text{ são os dígitos inteiros positivos múltiplos de } 3 \text{ progressivamente}\}$

15. Quais dos seguintes algarismos são unitários? $D = \{x \mid x, \text{ é um } \text{outro} \text{ dígito do sistema decimal}\}$

$$A = \left\{x \mid x < \frac{9}{4} \text{ e } x > \frac{6}{5}\right\}$$

$$B = \{x \mid 0, x = 2\}$$

$$C = \{x \mid x \text{ é inteiro e } x^2 = 3\}$$

~~$$D = \{x \mid x \text{ é inteiro e } x^2 = 3\}$$~~

$$D = \{x \mid 2x + 1 = 7\}$$

AN#

$$2x + 1 = 7 \therefore$$

$$2 \cdot 3 + 1 = 7 \checkmark$$

$A = \{x \mid x, \text{ são os três primeiros dígitos inteiros negativos e positivos sem inclusão de } +6 \text{ e } -6\}$

$B = \{x \mid x, \text{ são os dígitos inteiros negativos múltiplos de } 10 \text{ e partir de } 0\}$

$C = \{x \mid x, \text{ são os dígitos inteiros positivos múltiplos de } 3 \text{ progressivamente}\}$

$D = \{x \mid x, \text{ é um número de sistema decimal}\}$

15. Quais dos seguintes algarismos são unitários?

$$A = \{x \mid x < \frac{9}{4} \text{ e } x > \frac{6}{5}\}$$

$$B = \{x \mid 0, x = 2\}$$

$$C = \{x \mid x \text{ é inteiro e } x^2 = 3\}$$

~~$$D = \{x \mid x \text{ é inteiro e } x^2 = 3\}$$~~

$$D = \{x \mid 2x + 1 = 7\}$$

$$2x + 1 = 7 \therefore$$

$$2 \cdot 3 + 1 = 7 \checkmark$$

16. Quais dos conjuntos abaixo são regulares?

$$A = \{x \mid 0, x \neq 0\}$$

$$B = \{x \mid x > \frac{9}{4} \text{ e } x < \frac{6}{5}\}$$

$$C = \{x \mid x \text{ é divisor de zero}\}$$

$$D = \{x \mid x \text{ é derivável por zero}\}$$

/

pág. 32 - 33

17. Dados $A = \{1, 2, 3, 4\}$ e $B = \{2, 4\}$.

a) escreva com os símbolos da teoria dos conjuntos as seguintes sentenças:

1ª) 3 é elemento de A $\therefore \{3\} \in A$

2ª) 1 não está em B $\therefore \{1\} \notin B$

3ª) B é parte de A $\therefore B \subset A$ ✓

4ª) B é igual a A $\therefore B = A$

5ª) 4 pertence a B $\{4\} \in B$

18. Sendo $A = \{1, 2\}$, $B = \{2, 3\}$, $C = \{1, 3, 4\}$ e $D = \{1, 2, 3, 4\}$, classifique em V ou F cada sentença abaixo e justifique.

a) $A \subset D$ ✓

c) $B \subset C$ F

e) $C = D$ F ✓

b) $A \subset B$ F

d) $D \subset B$ ✓

f) $A \subset C$ ✓

19. Quais das igualdades abaixo são verdadeiras?

a) $\{a, a, a, b, b\} = \{a, b\}$ ✓

b) $\{x/x^2 = 4\} = \{x/x \neq 0, x^2 - 4x = 0\}$

$$c) \{x \mid 2x + 7 = 11\} = \{2\} \quad \checkmark$$

$$d) \{x \mid x < 0 \text{ e } x \geq 0\} = \emptyset \quad \checkmark$$

20. Marque se é verdadeira (V) ou falsa (F) cada uma das seguintes afirmações.

$$a) 0 \in \{0, 1, 2, 3, 4\} \quad \checkmark$$

$$f) a \in \{a, \{a\}\} \quad \checkmark$$

$$b) \{a\} \in \{a, b\} \quad \checkmark$$

$$g) \{a\} \subset \{a, \{a\}\} \quad \checkmark$$

$$c) \emptyset \in \{\emptyset\} \quad \checkmark$$

$$h) \emptyset \subset \{\emptyset, \{a\}\} \quad \checkmark$$

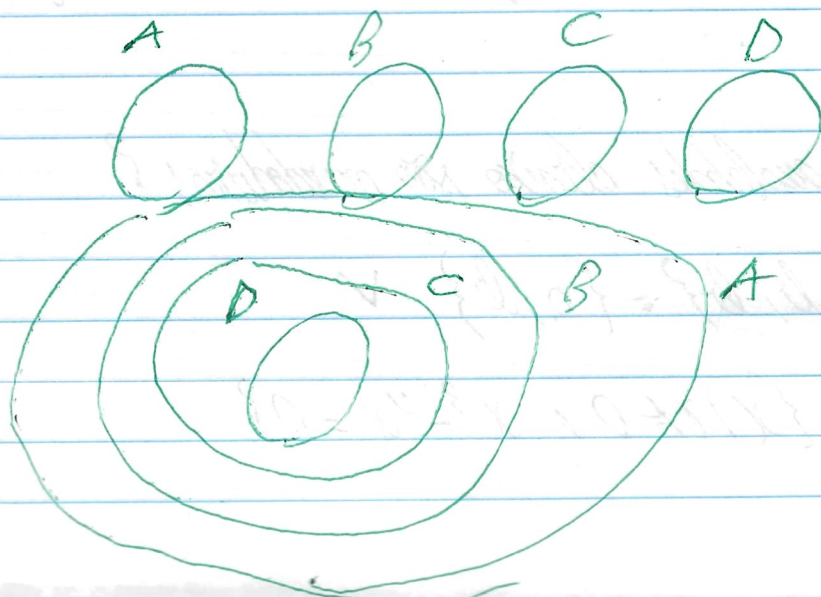
$$d) 0 \in \emptyset \quad \checkmark$$

$$i) \emptyset \in \{\emptyset, \{a\}\} \quad \checkmark$$

$$e) \{a\} \subset \emptyset \quad \checkmark$$

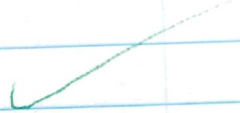
$$j) \{a, b\} \in \{a, b, c, d\} \quad \checkmark$$

21. Faça um diagrama de Venn que simbolize a situação seguinte: A, B, C, D são conjuntos não vazios, $D \subset C \subset B \subset A$.



22. Construa o conjunto das partes do conjunto $A = \{a, b, c, d\}$

$$P(A) = \{a, b, c, d, \underbrace{\{a\}}_b, \underbrace{\{b\}}_c, \underbrace{\{c\}}_d, \underbrace{\{d\}}_a\}$$



Exercício

pág. 36 - 37

23.

$$A = \{a, b, c\}, B = \{c, d\}, C = \{c, e\}$$

$$A \cup B = \{a, b, c, d\};$$

$$R: A \cup C = \{a, b, c, e\};$$

$$B \cup C = \{c, d, e\};$$

$$A \cup B \cup C = \{a, b, c, d, e\};$$

24.

Provar que

$$R: A \subset (A \cup B), \forall A$$



Notação de Conjuntos

S: $x \in A \rightarrow (x \in A \text{ ou } x \in B)$ é uma verdade implicada, $\forall x$; portanto: $A \subset (A \cup B)$

25.

Admitindo A, B e C sendo quaisquer!

$$a) \emptyset \subset (A \cup B) \rightarrow V^{1^\circ} \text{ e } V^{2^\circ} \checkmark$$

A	B	C
V	F	V
V	V	F

(T.V)

$\cup \rightarrow \textcircled{a}$

$\cap \rightarrow \textcircled{b}$

$\subset \rightarrow \text{implicação}$

$$b) (A \cup B) \subset A \rightarrow V^{1^\circ} \text{ e } V^{2^\circ} \checkmark$$

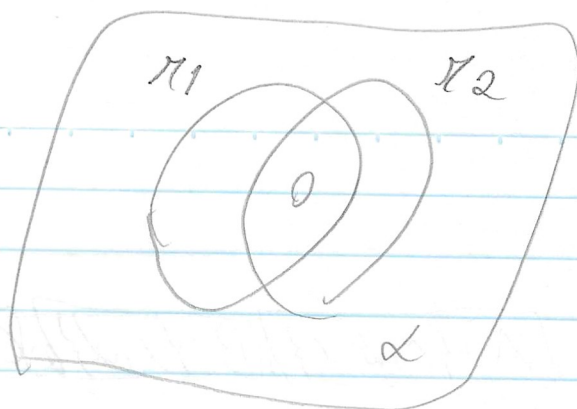
$$c) A \supset (A \cup B) \rightarrow V^{1^\circ} \text{ e } V^{2^\circ} \checkmark$$

$$d) (A \cup B) \subset (A \cup B) \rightarrow V^{1^\circ} \text{ e } V^{2^\circ} \checkmark$$

$$e) (A \cup B) \subset (A \cup B \cup C) \rightarrow V^{1^\circ} \text{ e } F^{2^\circ} \checkmark$$

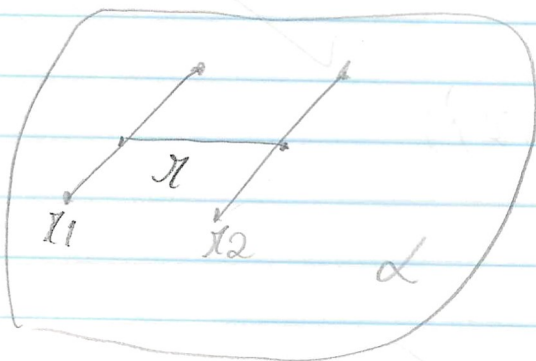
$$f) B \subset (A \cup B) \rightarrow V^{1^\circ} \text{ e } V^{2^\circ} \checkmark$$

26.



$$0 \in \alpha$$

27.



$$x \in \alpha$$

28.

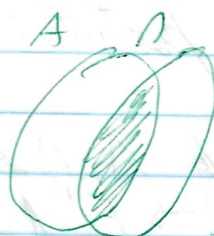
$$R: A = \{a, b, c, d\}, B = \{b, c, d, e\} \text{ e } C = \{c, d, e, f\}$$

$$A \cap B = \{b, c, d\};$$

$$A \cap C = \{c\};$$

$$B \cap C = \{c, d, e\};$$

$$A \cap B \cap C = \{c\}$$



os que se repetem
com os mesmos
elementos!

$$\{b, c, d\} \cap C = \{c, d\} \checkmark$$

29.

Prove que $(A \cap B) \subset A, \forall A$

S: $x \in (A \cap B) \rightarrow (x \in A \text{ e } x \in B) \rightarrow x \in A$ é
uma implicação verdadeira, $\forall x$; portanto: $(A \cap B) \subset A$.

R: Admitindo A, B, C quaisquer!

A	B	C	T.V
V	F	V	1º ✓
V	V	F	2º
X	X	X	

$D \rightarrow @$

a) $\emptyset \subset (A \cap B) \rightarrow$
 $V^1 \mid V^2$

$[F \mid F \rightarrow F]$

b) $A \in (A \cap B) \rightarrow$
 $V^1 \mid V^2$

d) $(A \cap B) \subset (A \cap B) \rightarrow$
 $V^1 \mid V^2$

e) $(A \cap B) \subset B \rightarrow$
 $F^1 \mid V^2$

f) $(A \cap B) \supset (A \cap B \cap C) \rightarrow$
 $V^1 \mid V^2$

31.

a) LNP

32.

a) $X \cup B = A \cup C$ e $X \cap B = \emptyset$

S: a) $X \cup B = \{1, 2, 3, 4\}$, então os possíveis elementos de X são: 1, 2, 3 e 4.

b) $X \cap B = \emptyset \rightarrow 3 \notin X$ e $4 \notin X$

Conclusão $X = \{1, 2\}$

33.

R:

- 1° $\{a, b, c, d\} \cup X = \{a, b, c, d, e\}; X = \{e\}$
- 2° $\{c, d\} \cup X = \{a, c, d, e\}; X = \{a, e\}$
- 3° $\{b, c, d\} \cap X = \{c\}; X = \{a, c, e\}$

34.

R:

35.

R:

$$\{1, 2\} \subset X \subset \{1, 2, 3, 4, 5\}$$

3 Conjuntos $\therefore$

$$A = \{1, 2\}$$

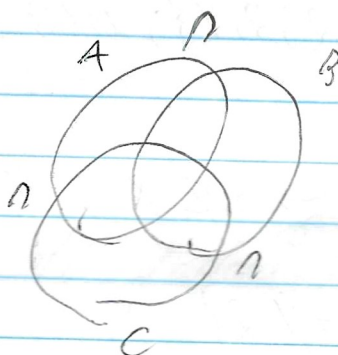
$$X = \{A\}$$

$$B = \{X, A\}$$

36.

R:

$$a) A \cap B \cap C$$



37.

/ /

R:

1º distintos

2º semelhantes?

$$A = \{x, y\}$$

$$B = \{a, b, c\}$$

$$C = \{u, v, g, z\}$$

?

$$(A \cup B) \cap C =$$

$$\{x, y, a, b, c\} \cap C =$$

$$\{\emptyset\}$$

6 elementos totais possíveis!